চতুর্দশ অধ্যায়

সম্ভাবনা

আমরা প্রতিনিয়ত 'সম্ভাবনা' শব্দটি ব্যবহার করে থাকি। যেমন এবার এস.এস.সি. পরীক্ষায় যাদবের পাশ করার সম্ভাবনা খুব কম, এশিয়া কাপ ক্রিকেটে বাংলাদেশের জয়ের সম্ভাবনা বেশি, আগামীকাল তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাওয়ার সম্ভাবনা বেশি, আজ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কম ইত্যাদি। অর্থাৎ কোনো ঘটনা ঘটার ক্ষেত্রে অনিশ্চয়তা থাকলেই কেবল আমরা সম্ভাবনার কথা বলি। আর অনিশ্চয়তার মাত্রার উপরই ঘটনাটা ঘটার সম্ভাবনা কম বা বেশি হবে তা নির্ভর করে। কিন্তু কোনো সাংখ্যিক মান দিতে পারে না। এই অধ্যায়ে আমরা কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভানার সাংখ্যিক মান নির্ণয়ের বিভিন্ন সূত্র এবং নির্ণয় প্রণালী সম্পর্কে জানবো এবং নিশ্চিত ঘটনা, অসম্ভব ঘটনা ও সম্ভাব্য ঘটনা বর্ণনা করতে পারবো।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- সম্ভাবনার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- দৈনন্দিন বিভিন্ন উদাহরণের সাহায্যে নিশ্চিত ঘটনা, অসম্ভব ঘটনা ও সম্ভাব্য ঘটনা বর্ণনা করতে পারবে।
- একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাব্য ফলাফল বর্ণনা করতে পারবে।
- একই ঘটনার পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাবনা নির্ণয় করতে পারবে।
- সম্ভাবনার সহজ ও বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

১৪·১ সম্ভাবনার সাথে জড়িত কিছু শব্দের ধারণা

দৈব পরীক্ষা (Random Experiment)

যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেষ্টায় কি ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, একে দৈব পরীক্ষা বলে। যেমন একটা মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল (H, T) হবে, তা আমরা আগে থেকেই জানি কিন্তু মুদ্রাটি নিক্ষেপের পূর্বে কোন ফলাফলটি ঘটবে তা আমরা নিশ্চিত করে বলতে পারি না। সুতরাং মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষা একটা দৈব পরীক্ষা।

ঘটনা (Event) : কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশকে ঘটনা বলে। উদাহরণস্বরূপ একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় '3' পাওয়া একটা ঘটনা। আবার জোড় সংখ্যা পাওয়াও একটি ঘটনা।

সমসম্ভাব্য ঘটনাবলী (Equally Likely Events)

যদি কোনো পরীক্ষার ঘটনাগুলো ঘটার সম্ভাবনা সমান হয় অর্থাৎ একটি অপরটির চেয়ে বেশি বা কম সম্ভাব্য না হয় তবে ঘটনাগুলোকে সমসম্ভাব্য বলে। যেমন একটা নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপে হেড বা টেল আসার সম্ভাবনা সমান। সুতরাং হেড আসা ও টেল আসা ঘটনা দুইটি সমসম্ভাব্য ঘটনা।

পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনাবলী (Mutually Exclusive Events)

কোনো পরীক্ষায় যদি একটা ঘটনা ঘটলে অন্যটা অথবা অন্য ঘটনাগুলো না ঘটতে পারে তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা বলে। যেমন, একটা নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপ করলে হেড আসা বা টেল আসা দুইটি বিচ্ছিন্ন

ঘটনা। কেননা হেড আসলে টেল আসতে পারে না। আবার টেল আসলে হেড আসতে পারে না। অর্থাৎ হেড ও টেল একসাথে আসতে পারে না।

অনুকূল ফলাফল (Favourable Outcomes)

কোনো পরীক্ষায় একটা ঘটনার স্বপক্ষের ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে। যেমন, একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা হওয়ার অনুকূল ফলাফল 3টি।

নমুনাক্ষেত্র (Sample Space) ও নমুনা বিন্দু (Sample Point)

কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। একটা মুদ্রা নিক্ষেপ করলে দুইটি সম্ভাব্য ফলাফল পাওয়া যায়। যথা হেড (H) ও টেল (T) , এখন S দ্বারা এ পরীক্ষণের ফলাফলের সেটকে সূচিত করলে আমরা লিখতে পারি $S = \{H, T\}$। সুতরাং উক্ত পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র $S = \{H, T\}$. মনে করা যাক দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলো। তাহলে নমুনাক্ষেত্রটি হবে $S = \{HH, HT, TH, TT\}$.

নমুনাক্ষেত্রের প্রতিটি উপাদানকে ফলাফলের নমুনা বিন্দু বলে। একটা মুদ্রা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্র $S = \{H, T\}$ এবং এখানে H, T প্রত্যেকেই এক একটা নমুনা বিন্দু।

১৪·২ যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়

উদাহরণ ১। মনে করি একটা নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো। 5 আসার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান : একটা ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে : 1, 2, 3, 4, 5, 6। ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হবে। অর্থাৎ যেকোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান। অতএব যেকোনো একটা ফলাফল আসার সম্ভাবনা ছয়ভাগের একভাগ। সুতরাং 5 আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{6}$। আমরা এটাকে $P(5) = \frac{1}{6}$ এইভাবে লিখি।

উদাহরণ ২। একটা নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান : ছক্কা নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে : 1, 2, 3, 4, 5, 6. এদের মধ্যে 2, 4, 6 এই 3টি জোড় সংখ্যা। এই তিনটির যেকোনো একটা আসলে জোড় সংখ্যা হবে অর্থাৎ জোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল 3 টা। যেহেতু ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য, তাই জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা হবে $\frac{3}{6}$। $\therefore$ $P(\text{জোড়সংখ্যা}) = \frac{3}{6}$.

তাহলে সম্ভাবনাকে এভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় :

$$\text{কোনো ঘটনার সম্ভাবনা} = \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$$

কোনো পরীক্ষণে কোনো ঘটনা ঘটার অনুকূল ফলাফল সর্বনিম্ন শূন্য এবং সর্বোচ্চ n(সমগ্র সম্ভাব্য ঘটনাবলী) হতে পারে।

যখন কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান শূন্য হয় তখন সম্ভাবনার মান শূন্য হয়। আর যখন অনুকূল ফলাফলের মান n হয়, তখন সম্ভাবনার মান 1 হয়। এ কারণে সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে।

১৪·৩ দুইটি বিশেষ ধরণের ঘটনা :

নিশ্চিত ঘটনা : কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে একে নিশ্চিত ঘটনা বলে। নিশ্চিত ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান 1 হয়। যেমন, আগামীকাল সূর্য পূর্ব দিকে উঠার সম্ভাবনা 1. আজ সূর্য পশ্চিম দিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনাও 1. রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে না, এর সম্ভাবনা 1.

একটা মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় H অথবা T আসার সম্ভাবনাও 1. একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় জোড় অথবা বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনাও 1. এগুলোর প্রত্যেকেই নিশ্চিত ঘটনা।

অসম্ভব ঘটনা : কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না অর্থাৎ ঘটতে পারে না একে অসম্ভব ঘটনা বলে। অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা সব সময় শূন্য হয়।

যেমন আগামীকাল সূর্য পশ্চিম দিক থেকে উঠবে অথবা সূর্য পূর্বদিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য। তেমনি রাত্রে সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনাও শূন্য। আবার একটা ছক্কা নিক্ষেপে 7 আসার সম্ভাবনাও শূন্য। এখানে প্রত্যেকটি ঘটনাই অসম্ভব ঘটনা।

সম্ভাবনা নির্ণয়ের আরো উদাহরণ :

উদাহরণ ৩। একটা থলেতে 4টা লাল, 5টা সাদা ও 6টা কালো বল আছে। দৈবভাবে একটা বল নেয়া হলো। বলটি (i) লাল (ii) সাদা ও (iii) কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান : থলেতে মোট বলের সংখ্যা $4 + 5 + 6 = 15$টি
দৈবভাবে একটা বল নেয়া হলে 15টি বলের যেকোনো একটি আসতে পারে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 15.

(i) ধরি লাল বল হওয়ার ঘটনা R। থলেতে মোট 4টা লাল বল আছে। এদের যেকোনো একটি আসলেই লাল বল হবে। সুতরাং লাল বলের অনুকূল ফলাফল = 4.

$$\therefore\ P(R) = \frac{\text{লাল বলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{15}$$

(ii) বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা W ধরি। যেহেতু থলেতে 5টা সাদা বল আছে এবং এদের থেকে একটা বল আসলে সাদা বল হবে, সুতরাং সাদা বলের অনুকূল ফলাফল 5.

$$\therefore\ P(W) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

(iii) বলটি কালো হওয়ার ঘটনা B ধরি। থলেতে মোট 6টা কালো বল আছে এবং এদের থেকে একটা বল আসলেই কালো বল হবে। সুতরাং কালো বলের অনুকূল ফলাফল 6.

$$\therefore\ P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

কাজ :

১। একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো, নিম্নলিখিত সম্ভাবনাগুলো বের কর।
(i) 4 আসা (ii) বিজোড় সংখ্যা আসা (iii) 4 অথবা 4 এর বেশি সংখ্যা আসা
(v) 5 এর কম সংখ্যা আসা

২। একটি থলেতে একই ধরণের 6টি কালো, 5টি লাল, 8টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো। নির্বাচিত মার্বেলটি– (i) লাল (ii) কালো (iii) সাদা (iv) কালো নয়– সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর।

১৪·৪ তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়

যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়ে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হতে হয়। বাস্তবে সকল ক্ষেত্রে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হয় না। তাছাড়া অনেক ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যুক্তিভিত্তিক সংজ্ঞার মত কিছু গণনা করা যায় না। যেমন আবহাওয়ার পূর্বাভাসে বলা হচ্ছে আজ বৃষ্টি হবার সম্ভাবনা 30%. বিশ্বকাপ ফুটবলে ব্রাজিলের জয়ী হওয়ার সম্ভাবনা 40%. এশিয়াকাপ ক্রিকেটে বাংলাদেশের জয়ী হওয়ার সম্ভাবনা 60%. এসব সিদ্ধান্ত নেয়া হয় অতীতের পরিসংখ্যান হতে এবং এটাই হচ্ছে তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনার ধারণা।

ধরা যাক একটা মুদ্রা 1000 বার নিক্ষেপ করায় 523 বার হেড পাওয়া গেল। এ ক্ষেত্রে হেডের আপেক্ষিক গণসংখ্যা $\frac{523}{1000} = 0.523$। ধরা যাক মুদ্রাটিকে 2000 বার নিক্ষেপ করাতে 1030 বার হেড আসে। তাহলে 2000 বারের মধ্যে H এর আপেক্ষিক গণসংখ্যা $\frac{1030}{2000} = 0\cdot515$। এখান থেকে বুঝা যায় যে, পরীক্ষাটি ক্রমাগত চালিয়ে গেলে (পরীক্ষাটি যতবেশি বার করা যাবে) আপেক্ষিক গণসংখ্যার মানটি এমন একটি সংখ্যার কাছাকাছি হবে যাকে মুদ্রাটি একবার নিক্ষেপ করলে হেড আসার সম্ভাবনা হবে। একেই তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা বলা হয়।

উদাহরণ ৪। আবহাওয়া দপ্তর থেকে পাওয়া রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে 21 দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে 8ই জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত ?

সমাধান : যেহেতু জুলাই মাস 31 দিন এবং জুলাই মাসে 21 দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে যেকোনো একদিন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{21}{31}$। অতএব 8 জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{21}{31}$.

উদাহরণ ৫। কোনো একটি নির্দিষ্ট এলাকায় জরীপে দেখা গেল 65 জন প্রথম আলো, 40 জন ভোরের কাগজ, 45 জন জনকণ্ঠ, 52 জন যুগান্তর পত্রিকা পড়ে। এদের মধ্য হতে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে তিনি যুগান্তর পত্রিকা পড়েন এর সম্ভাবনা কত ? তিনি প্রথম আলো পড়েন না এর সম্ভাবনাও কত ?

সমাধান : এখানে পত্রিকা পড়েন মোট $(65 + 40 + 45 + 52) = 202$ জন।
যুগান্তর পত্রিকা পড়েন 52 জন।

সুতরাং ঐ ব্যক্তির যুগান্তর পত্রিকা পড়ার সম্ভাবনা $\frac{52}{202}$.

প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন 65 জন। সুতরাং প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না $(202 - 65) = 137$ জন।

$\therefore$ প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না এর সম্ভাবনা $= \frac{137}{202}$.

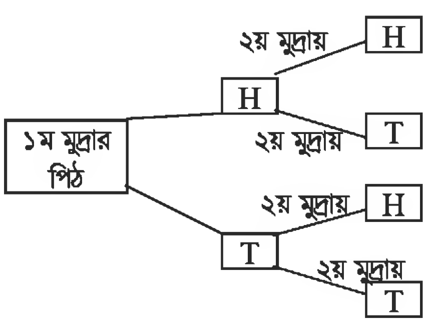
কাজ :
একটি জরীপে দেখা গেল কোনো এক বিশ্ববিদ্যালয়ে ১ম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ছাত্র ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে, 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে। এদের একজন ছাত্রকে দৈবভাবে নির্বাচিত করলে নির্বাচিত ছাত্রটি সমাজবিজ্ঞানের ছাত্র হবে না এর সম্ভাবনা কত ?

১৪·৫ নমুনা ক্ষেত্র এবং সম্ভাবনা Tree দ্বারা সম্ভাবনা নির্ণয়

আগেই বলা হয়েছে, কোনো পরীক্ষায় সম্ভাব্য ফলাফলগুলো নিয়ে যে ক্ষেত্র তৈরি হয় তাকে নমুনা ক্ষেত্র বলে। অনেক পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্রের আকার বেশ বড় হয়। এসব ক্ষেত্রে নমুনা বিন্দু গণনা করা ও নমুনা ক্ষেত্র তৈরি করা সময় সাপেক্ষ এমন কি ভুল হওয়ার সম্ভাবনাও থাকে। সে ক্ষেত্রে আমরা সম্ভাবনা tree (probability tree) এর সাহায্যে নমুনাক্ষেত্র তৈরি করতে পারি ও বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনাও বের করতে পারি।

উদাহরণ ৬। মনে করি, দুইটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলো। নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি করতে হবে। প্রথম মুদ্রায় H এবং দ্বিতীয় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান : দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুইধাপ হিসেবে বিবেচনা করা যায়। প্রথম ধাপে একটা মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে অপর মুদ্রা নিক্ষেপও 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। তাই পরীক্ষার মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো হয়।

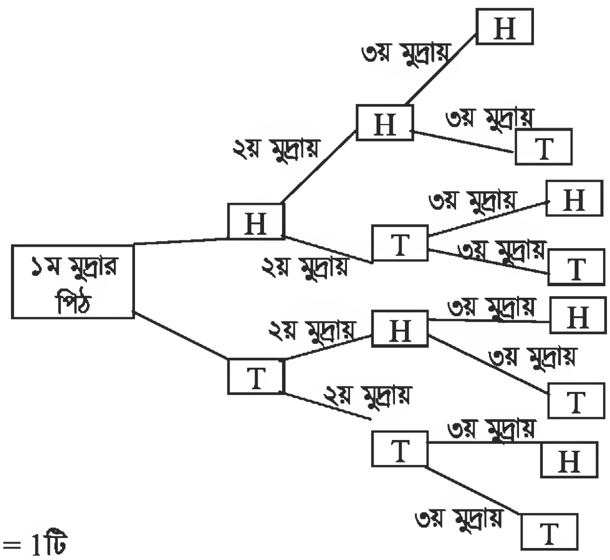


সম্ভাব্য নমুনা বিন্দুগুলো HH, HT, TH, TT.

তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে {HH, HT, TH, TT}. এখানে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা 4 এবং প্রতিটি নমুনা বিন্দুর আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ । তাই প্রথম মুদ্রায় H ও দ্বিতীয় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা হবে $P(HT) = \frac{1}{4}$.

উদাহরণ ৭। মনে করি তিনটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো। তিন নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলে, Probability tree তৈরি করে নমুনা ক্ষেত্রটি দেখাও। তা হতে নিচের ঘটনাগুলোর সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
(i) কেবল একটা টেল (ii) তিনটাই হেড (iii) কমপক্ষে একটি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর ।

সমাধান : প্রথমে মুদ্রা তিনটিকে তিন ধাপ হিসেবে বিবেচনা করা এবং প্রতিধাপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। সুতরাং মোট ফলাফলকে Probabilty tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যায় :



তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে : {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}
এখানে মোট নমুনা বিন্দু 8টি এবং এদের যেকোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$.

(i) একটি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {THH, HHT, HTH} = 3টি

$\therefore\ P(1T) = \frac{3}{8}$ (কেননা প্রতিটি নমুনা বিন্দুর ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$)

(ii) তিনটিই হেড (H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা {HHH} = 1টি

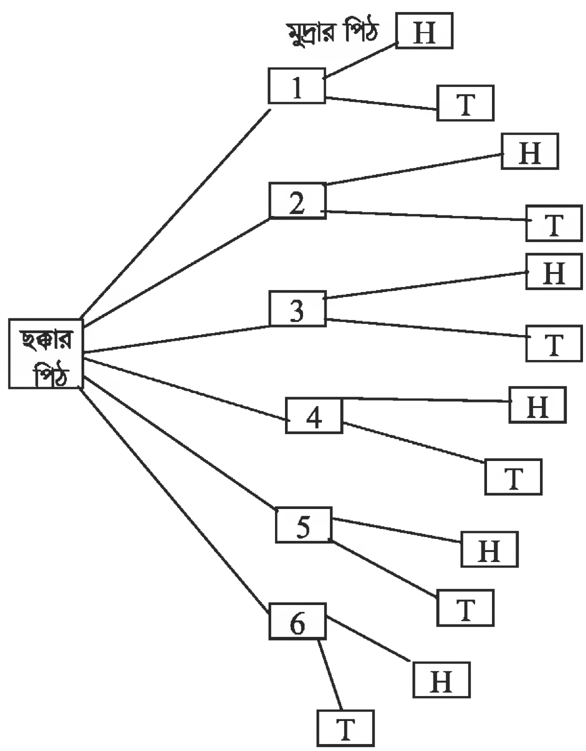
$\therefore\ P(HHH) = \frac{1}{8}$.

(iii) কমপক্ষে 1T পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {HHT, HTH, THH, HTT, TTH, THT, TTT} = 7টি

$\therefore\ P[\text{কমপক্ষে } 1T] = \frac{7}{8}$

উদাহরণ ৮। একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো। Probability tree তৈরি করে নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ : ছক্কায় 5 এবং মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা বের কর।

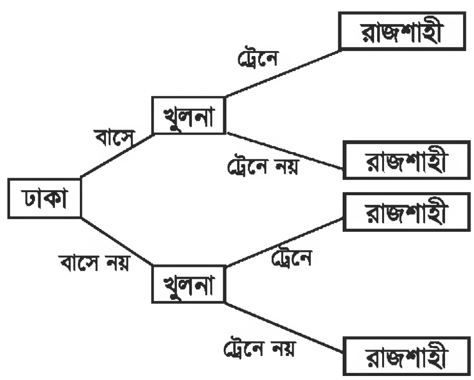
সমাধান : একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুইধাপ হিসেবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে 6টি ফলাফল {1, 2, 3, 4, 5, 6} আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল {H অথবা T} আসতে পারে। তাই পরীক্ষায় মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যাবে।



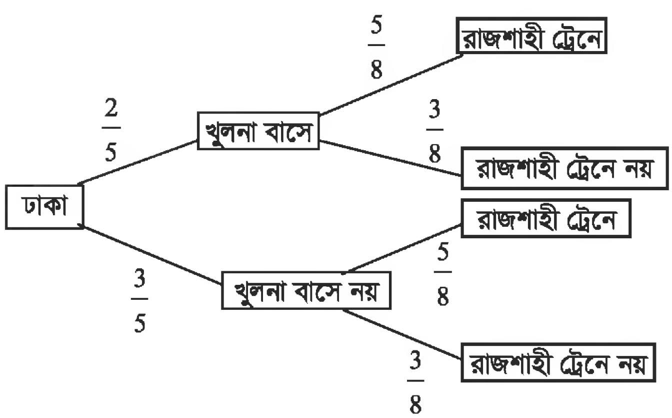
তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে : {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}
এখানে মোট নমুনা বিন্দু 12টি।

সুতরাং ছক্কায় 5 এবং মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা $P(5H) = \frac{1}{12}$.

উদাহরণ ৯। একজন লোকের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$। লোকটি খুলনায় বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত ? Probability tree ব্যবহার করে দেখাও।



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে



সুতরাং লোকটির খুলনায় বাসে এবং রাজশাহীতে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা

$$P[\text{খুলনা বাস, রাজশাহী ট্রেনে নয়}] = \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}.$$

কাজ :

১। Probability tree এর সাহায্যে তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপে সকল সম্ভাব্য ফলাফল লিখ এবং নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি কর। এখান হতে (i) মুদ্রা 3টিতে একই ফলাফল (ii) কমপক্ষে 2T (iii) বড়জোড় 2T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২। একটি ছক্কা ও 2টি মুদ্রা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর।

অনুশীলনী ১৪

১। একটি ছক্কা মারলে 3 উঠার সম্ভাবনা কোনটি?

ক. $\frac{1}{6}$ খ. $\frac{1}{3}$

গ. $\frac{2}{3}$ ঘ. $\frac{1}{2}$

নিচের তথ্য থেকে (২–৩) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি থলিতে নীল বল 12টি, সাদা বল 16টি এবং কালো বল 20 টি আছে। দৈবভাবে একটা বল নেওয়া হলো।

২। বলটি নীল হওয়ার সম্বাবনা কত?

ক. $\frac{1}{16}$ খ. $\frac{1}{12}$

গ. $\frac{1}{8}$ ঘ. $\frac{1}{4}$

৩। বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{2}{3}$

গ. $\frac{1}{16}$ ঘ. $\frac{1}{48}$

নিম্নের তথ্য থেকে (৪–৫) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করা হল।

৪। সর্বাধিক বার H আসার সম্ভাবনা কত?

ক. 1 বার খ. 2 বার

গ. 3 বার ঘ. 4 বার

৫। সবচেয়ে কম সংখ্যক বার T আসার সম্ভাবনা কত?

ক. 0 খ. $\frac{1}{2}$

গ. 1 ঘ. 2

৬। চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১২ সালের জুলাই মাসের ১ম সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। সোমবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{1}{7}$ খ. $\frac{2}{7}$

গ. $\frac{5}{7}$ ঘ. 1

৭। 30টি টিকেটে 1 থেকে 30 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলো। টিকেটটি (i) জোড় সংখ্যা (ii) চার দ্বারা বিভাজ্য (iii) 8 এর চেয়ে ছোট (iv) 22 এর চেয়ে বড়– হওয়ার সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর।

৮। কোনো একটি লটারিতে 570টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। রহিম 15টি টিকেট কিনেছে। টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে প্রথম পুরস্কারের জন্য তোলা হলো। রহিমের প্রথম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

৯। একটা ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত ?

১০। কোনো একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের রিপোর্ট অনুযায়ী কম ওজনের 155 শিশু, স্বাভাবিক ওজনের 386 শিশু এবং বেশি ওজনের 98টি শিশু জন্ম নেয়। এখান হতে একটি শিশু দৈবভাবে নির্বাচন করলে নির্বাচিত শিশুটি বেশি ওজনের হবে এর সম্ভাবনা কত ?

১১। দুই হাজার লাইসেন্স প্রাপ্ত ড্রাইভার এক বছরে নিম্নলিখিত সংখ্যক ট্রাফিক আইন ভঙ্গ করে।

ট্রাফিক আইন ভঙ্গের সংখ্যা	ড্রাইভারের সংখ্যা
0	1910
1	46
2	18
3	12
4	9
5 বা তার অধিক	5

একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটির 1টি আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত ? ড্রাইভারটির 4এর অধিক আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত ?

১২। কোনো একটি ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত লোকদের কাজের ধরণ অনুযায়ী নিম্নভাবে শ্রেণিকৃত করা যায় :

শ্রেণি করণ	সংখ্যা
ব্যবস্থাপনায়	১৫৭
পরিদর্শক হিসেবে	৫২
উৎপাদন কাজে	১৪৭৩
অফিসিয়াল কাজে	২১৫

একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে লোকটি ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত এর সম্ভাবনা কত ? লোকটি ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত এর সম্ভাবনা কত ?

লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় এর সম্ভাবনা কত ?

১৩। 1টি মুদ্রা ও 1টি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনায় Probability tree তৈরি কর।

১৪। Probability tree এর সাহায্যে নিচের ছকটি পূরণ কর :

মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(T) =
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(1H) = P(HT) =
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ		P(HHT) = P(2H) =

১৫। কোনো একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$. Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে খুলনা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর। লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু খুলনা বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

১৬। একজন লোক ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$, বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$, প্লেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$ । লোকটির রাজশাহী হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ ।

Probability tree ব্যবহার করে লোকটি রাজশাহী ট্রেনে এবং খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

১৭। একটি দুই টাকার মুদ্রা চার বার নিক্ষেপ করা হলো। (এর শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিক্ষার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা কর)

ক. যদি মুদ্রাটিকে চারবারের পরিবর্তে দুইবার নিক্ষেপ করা হয় তবে একটি L আসার সম্ভাবনা এবং একটি C না আসার সম্ভাবনা কত?

খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর। এবং নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।

গ. দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে।